Fachbereich Physikalische Technik
Prof. Dr. Klaus Morawetz

Zusatzaufgaben (Tutorien) mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik II-9

Differentialgleichungen (21+13 Punkte)

1. Bestimmen Sie die Differentialgleichungen folgender Kurvenscharen(**2+2 Punkte**)

$$y = C^2 + (x - C)^2 \quad y = Cx - C^2$$
$$*y = C_1 x + C_2 x^{-2} \quad *\frac{x^2}{4-C} + \frac{y^3}{3-C} = 1$$

2. Zeichnen Sie die Isoklinen $y' = 0; \pm 1, \pm 2, \pm 3$ der DGL $y' = y$ und skizzieren Sie den auf Grund des Richtungsfeldes zu erwartenden Lösungsverlauf. Lösen Sie die DGL nach geeigneter Substitution durch Trennung der Variablen. (**2 Punkte**)

3. Lösen Sie die folgenden Anfangs- bzw. Randwertprobleme (**4+4 Punkte**)

$$\begin{array}{llll} y' = x + \frac{1}{x}; & y(1) = 0; & & \\ y'' = x; & y(2) = 1; & y'(2) = 1; & \\ *y'' = x; & y(-2) = 3; & y(2) = 1; & \\ *y''' = 6; & y(0) = 1; & y(1) = 2; & y'(1) = 4 \end{array}$$

4. Ein Körper erfährt längs der x-Achse eine Beschleunigung $a = a_0 e^{-\lambda t}$. Berechnen Sie den Ort als Funktion der Zeit, wenn $x(0) = \dot{x}(0) = 0$ ist.(**2 Punkte**)

5. Ein Boot überquert mit konstanter, senkrecht zum Ufer gerichteten Geschwindigkeit υ_x einen Fluß der Breite $2a$. Das Wasser strömt mit der Geschwindigkeit $\upsilon_y = c(1 - \frac{x^2}{a^2})$, wobei c eine Konstante und x eine quer zur Strömungsrichtung gemessenen Koordinate mit dem Nullpunkt in der Strommitte darstellt. Das Boot startet an der Stelle $x = -a, y = 0$. Berechnen Sie die Bahnkurve und die Abtrift. (**3 Punkte**)

6. Stellen Sie die DGL (**1+1 Punkte**)
(a) aller Tangenten an die Parabel $y^2 = 2x$,, * (b) zur Kurvenschar $y = cx^2 + c^2$ auf.

7. Bestimmen Sie die orthogonalen Trajektorien für die Schar der Hyperbeln

$$xy = c$$

und skizzieren Sie die Hyperbel- und Trajektorienschar (**3 Punkte**).

8. Lösen Sie die DGLen mit Hilfe der "Trennung der Variablen": (**4+4 Punkte**)

$$\begin{array}{ll} 2y' + y^2 + \frac{1}{x^2} = 0; & y' = (x - y)^2 + 1; \\ *(1 + x^{2)} y dx - (1 - y^{2)} x dy = 0; & *y' = \frac{x-y-1}{x+y+1} \end{array}$$

9. Ein Massepunkt ($m = 1g$) bewegt sich geradlinig unter der Wirkung einer Kraft, die der Zeit direkt proportional und umgekehrt proportional zur Geschwindigkeit des Punktes ist. Zur Zeit $t = 10s$ ist die Geschwindigkeit $v = 0,5\frac{m}{s}$ und die Kraft beträgt $4 \cdot 10^{-5} N$.Wie groß ist v eine Minute nach Bewegungsbeginn? (**2 Punkte**)