Fachbereich Physikalische Technik
Prof. Dr. Klaus Morawetz

Zusatzaufgaben mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik II-8

Vektoranalysis, Integralsätze (16+13 Punkte)

1. Man berechne die induzierte Spannung, wenn man einen Dipolmagneten ohne Ausdehnung mit konstanter Geschwindigkeit v durch eine Leiterschleife mit dem Radius r zieht. Hinweise: Die induzierte Spannung ist die negative Zeitableitung des magnetischen Flußes. Letzterer ist das Oberflächenintegral des magnetischen Feldes durch die Leiterschleife. Benutzen Sie die Darstellung des magnetischen Dipolfeldes durch das Vektorpotential $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$, wie sie es in der 4. Aufgabenserie verwendet haben und den Stokesschen Integralsatz. Das Dipolmoment sei senkrecht zur Fläche gerichtet. (**5 Punkte**)

2. Berechnen Sie die Schwingungsfrequenz eines Kreisscheibensegmentes (*) und eines Kreisringsegmentes mit dem Winkel α wenn es im Schwerpunkt gelagert ist und das Drehmoment proportional zur Auslenkung ist. Benutzen Sie dazu den Steinerschen Satz, um das Trägheitsmoment zu berechnen, wozu Sie den jeweiligen Schwerpunkt ermitteln müssen. (**5+5 Punkte**)

3. Man überprüfe den Stokesschen Integralsatz, indem man den Fluß der Rotation des Feldes $(-y, 2x, z)$ einmal (*) durch die obere Oberfläche der Halbkugel mit dem Radius 3 berechnet und einmal das Kurvenintegral längs des einschließenden Kreises bestimmt. (**2+2 Punkte**)

4. *Man bestimme den Fluß des Feldes (x, xy, z^3) durch die geschlossene Kugeloberfläche mit dem Radius 1 mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes. (**2 Punkte**)

5. Ein Kegel mit der Höhe h und dem Radius R stehe mit der Spitze im Koordinatenursprung und zeige mit der Öffnung in Richtung der z-Achse.

   a) Berechnen Sie den Fluß des Magnetfeldes $\vec{B} = \mathrm{rot}\vec{A}$ mit dem Vektorpotential $\vec{A} = (az, bx, cy)$ durch die Mantel und (*) die Deckfläche des Kegels. (**2+2 Punkte**)

   b) Überprüfen Sie das Ergebnis des Gesamtflusses durch den Körper mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes und den Fluß durch die Deckfläche mit Hilfe des Stokesschen Integralsatzes. (**2 +2 Punkte**)