Zusatzaufgaben (Tutorien) mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik I-7

IA Differential rechnung (20+9 Punkte)

1. Differenzieren Sie die folgenden Funktionen: (4+3 Punkte)

$$\ln \sin x$$
; $\frac{\ln x}{1+x^2}$; $\frac{x-1}{\log_2 x}$; $\sqrt[3]{\ln \sin \frac{x+3}{4}}$; $*\cos \frac{1}{\ln^2 x}$; $*\ln^4 \sin x$; $*(1+\ln \sin x)^n$

2. Bestimmen Sie den jeweiligen Grenzwert (4 + 2 Punkte)

a)
$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \sin(x - \frac{\pi}{4})}{x - \frac{\pi}{2}}$$
 b) $\lim_{x \to 0} \frac{\sinh(x + 1)(\cosh x - 1)}{1 - \cos x}$ c) $\lim_{x \to 0} \frac{\cot x}{\ln x}$ d) $\lim_{x \to 0} (\frac{1}{x})^{\sin x}$ e) * $\lim_{x \to 1} (\frac{1}{1 - x} - \frac{1}{\cos \frac{\pi}{2}x})$ f) * $\lim_{x \to 0} \frac{a^x - b^x}{c^x - d^x}$

$$d) \lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x}\right)^{\sin x} \qquad e) * \lim_{x \to 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{\cos\frac{\pi}{2}x}\right) \quad f) * \lim_{x \to 0} \frac{a^x - b^x}{c^x - d^x}$$

3. In welchen Punkten und unter welchem Winkel schneiden sich die Kurven (2+2 Punkte)

$$y_1 = 2 + x - \frac{1}{4}x^2$$
; $y_2 = -x + 5$ $*y_1 = x^2$; $3x - y_2 - 2 = 0$

4. Diskutieren Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 6x + 5}$$

und skizzieren Sie deren Bild. (4 Punkte)

IB Lineare Algebra

1. Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\overrightarrow{y} = A \cdot \overrightarrow{x} \text{ mit } A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} \text{ und } \overrightarrow{y} = \begin{pmatrix} 11 \\ -17 \\ 5 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe

- (a) der inversen Matrix (2 Punkte) A^{-1}
- (c) des Gaußschen Algorithmus (2 Punkte)
- 2. Bilden Sie das *Skalarprodukt der Vektoren $\overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{y} = A\overrightarrow{x}$ wobei

$$A = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

sowie $|\overrightarrow{x}|$ und $|\overrightarrow{y}|$ und begründen Sie an Hand der Ergebnisse, warum die Matrix A auch als "Drehmatrix" bezeichnet wird. (2+2 Punkte)

1