Fachbereich Physikalische Technik
Prof. Dr. Klaus Morawetz

Zusatzaufgaben (Tutorien) mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik I-6 (16+8 Punkte)

IA Differentialrechnung

1. In welchen Punkten ist die Tangente an die Parabel $y = x^2$ (**2 Punkte**)
   (a) parallel zur Geraden $y = 4x - 5$
   (b) senkrecht zur Geraden $2x - 6y + 5 = 0$?

2. Zeigen Sie, dass für die Hyperbel $x \cdot y = a$ der Flächeninhalt des Dreiecks, das von einer beliebigen Tangente mit der Koordinatenachse gebildet wird, gleich $2a$ ist.(**3 Punkte**)

3. *Eine Sehne der Parabel
$$y = x^2 - 2x + 5$$
verbinde die Punkte mit den Abszissenwerten $x_1 = 1, x_2 = 3$. Stellen Sie die Gleichung der Tangente an die Parabel auf, die parallel zur Sehne ist. (**3 Punkte**)

4. Bilden Sie die Ableitungen: (**5 + 2 Punkte**)
$$\begin{aligned} s(t) &= t^3; s(t) = 4t^4; s(t) = -\frac{5}{4}t^5; s(t) = \frac{3}{5}kt^3; f(x) = \frac{x^n}{n}; f(x) = x^{n-1}; f(x) = ax^{2n-3}; \\ f(x) &= \frac{kx^{2n-1}}{2kn}; y(x) = 12x^4 - 7x^3 + 6; y(x) = \frac{8}{15}x^5 - \frac{4}{9}x^3 + 12x; \\ *f(t) &= ct^{3-2n}; *f(x) = \frac{x^n}{n!}; *y(x) = 5x^4 + 3x^2 - 2; *f(s) = cs^5 - \frac{a}{b}s^4 + d \end{aligned}$$

IB Vektoren

1. Bestimmen Sie die Ebene, die (**3 Punkte + 3 Punkte**)
   (a) die Gerade $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ enthält und parallel zur Geraden $x - 1 = \frac{y-4}{2} = -\frac{z}{2}$ verläuft,
   (b) * die Gerade $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und den Ursprung enthält.

   und berechnen Sie jeweils den Abstand dieser Ebenen zum Punkt $(1, 1, 1)$.

2. Lösen Sie das Gleichungssystem
$$\vec{y} = A \cdot \vec{x} \quad \text{mit } A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{y} = \begin{pmatrix} 11 \\ -17 \\ 5 \end{pmatrix}$$
mit Hilfe
der Cramerschen Regel (**3 Punkte**)