Fachbereich Physikalische Technik
Prof. Dr. Klaus Morawetz

Zusatzaufgaben mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik II-7

Vektoranalysis, Integralsätze (13+15 Punkte)

1. Berechnen Sie die Masse der Schraubenfläche ($0 < u < l$) und (*) der Schraubenlinie ($u = l$), die gegeben ist durch

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} u\cos v \\ u\sin v \\ bv \end{pmatrix}; \quad 0 < v < 2\pi$$

mit der Dichte $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ (**3+3 Punkte**).

2. Man betrachte den Fluß eines Magnetfeldes $\vec{B} = \mathrm{rot}\vec{A}$ durch die Schraubenfläche in Aufgabe 1. Für ein Vektorpotential $\vec{A} = (-yz, xz, x^2 + y^2 + z^2)$ berechne man einmal das geschlossene Kurvenintegral über die Schraubenkurve und verifiziere das Ergebnis mit Hilfe (*) des Stokesschen Integralsatzes.(**4+4 Punkte**)

3. Man berechne das Trägheitsmoment eines Würfels mit der Kantenlänge a indem man dieses zuerst bzgl. einer Kante als Drehachse bestimmt und dann mit Hilfe des Steinerschen Satzes das Trägheitsmoment bzgl. des Schwerpunktes. (**3 Punkte**)

4. Man berechne (*) das Volumen eines Kugelausschnittes mit dem Öffnungswinkel α und das Trägheitsmoment bezüglich der Symmetrieachse als Drehachse. (**1+2 Punkte**)

5. *Berechnen Sie den Flächeninhalt der durch die Kurven

$$y^2 = px, y^2 = qx, x^2 = ay, x^2 = by$$

mit $a > b, p > q$ begrenzten Fläche. Nutzen Sie geeignete Koordinaten. (**4 Punkte**)

6. Berechnen Sie den Fluß des Vektorfeldes $\vec{F} = (4xz, xyz^2, yz)$ durch die Fläche eines Kegelstumpfes der Höhe 4 und dem Radius 4 mit der Öffnung in z-Richtung getrennt nach Mantel (*) und Deckfläche und überprüfen Sie das Resultat mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes. (**2+2 Punkte**)