Fachbereich Physikalische Technik Prof. Dr. Klaus Morawetz

Zusatzaufgaben mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik II-6

Vektoranalysis (13+11 Punkte)

- 1. Beweisen Sie den Steinerschen Satz, daß das Trägheitsmoment einer Ansammlung von Massen bzgl. einer Drehachse gegeben ist als die Summe aus dem Trägheitsmoment der Gesamtmasse zur Achse und dem Trägheitsmoment der Massen, wenn die Drehachse durch den Schwerpunkt geht (2 Punkte).
- 2. Approximieren Sie die Funktion $z = \arctan \frac{x}{y}$ im Punkt (1,1) durch eine Fläche 2. Ordnung. (2 Punkte)
- 3. *Drücken Sie für z(x,y) den Betrag des Gradienten $z_x^2+z_y^2$ durch die neuen Variablen u=xy und $v=x^2-y^2$ aus. (3 Punkte)
- 4. Bestimmen Sie zu den folgenden vollständigen Differenzialen die zugehörigen Potenzialfunktionen ($\mathbf{2} + \mathbf{2}$ Punkte):

$$du = 4(x^{2} - y^{2})(xdx - ydy) \quad du = x^{2}dx + y^{2}dy *du = \frac{dx + dy + dz}{x + y + z} *du = e^{-(\overrightarrow{x})^{2}}(xdx + ydy + zdz)$$

5. Geben Sie zwei unterschiedliche Parameterdarstellungen für Wege an, die die Punkte (1,0) und (0,1) verbinden. Berechnen Sie für das Vektorfeld

$$\overrightarrow{f}(\overrightarrow{x}) = \left(\begin{array}{c} 2x\\2 \end{array}\right)$$

- (a) das Kurvenintegral entlang der von Ihnen vorgegebenen Wege. (2 Punkte)
- (b) mit Hilfe der Potenzialfunktion des Vektorfeldes. (2 Punkte)
- 6. Man bestimme die Konstante α , für die das Vektorfeld $(y^2 \cos x, 2y \sin x + \alpha e^{2z}, 2y e^{2z})$ ein Potential besitzt. Man berechne dafür das Kurvenintegral längs der Kurve $\vec{x}(t) = (t^2 t, \sin^7 \pi t, \cos(t^3 t))$ mit $t \in [0, 1]$. (3 Punkte)
- 7. *Welche Arbeit muß man verrichten, wenn man gegen die Kraft $(1,4)/(x^2+y^2)$ einen Körper längs eines Viertelkreises von (4,0) nach (0,4) bewegen will? (2 Punkte)
- 8. Für die Herzkurve $r(\phi) = 1 + \cos \phi$ mit $0 < \phi < 2\pi$ berechne man die eingeschlossene Fläche sowie die (*) Kurvenlänge. (2+2 Punkte)