Fachbereich Physikalische Technik
Prof. Dr. Klaus Morawetz

Zusatzaufgaben (Tutorien) mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik II-5

Integralrechnung in R^n (14+7 Punkte)

1. Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der durch die Paraboloide $z = x^2 + y^2$ und $z = x^2 + 2y^2$ sowie die Ebenen $y = x, y = 2x$ und $y = 1$ begrenzt wird. (**5 Punkte**)

2. Berechnen Sie die Mantelflaeche die entsteht, wenn man aus der Oberfläche $z = 16y/x$ parallel zur z-Achse von $z = 0$ an und längs der Kurve $y = x^2$ eine Fläche rausschneidet. Die Grenzen seien $0 < x < \sqrt{2}$. (**2 Punkte**)

3. Gegeben ist das Vektorfeld
$$\vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} y + 2x \\ 3x - 2y \\ 0 \end{pmatrix}$$
Berechnen Sie das Kurvenintegral entlang der folgenden Wege zwischen dem Punkt $(0, 0, 0)$ und dem Punkt $(1, 1, 0)$. (**2+2 Punkte**)
$$*a) y = x \quad b) y = x^2$$

4. Berechnen Sie die folgenden Kurvenintegrale mit Hilfe der zugehörigen Potenzialfunktionen: (**2+2 Punkte**)
$$* \int_{(1,-1,2)}^{(2,1,3)} xdx - y^2dy + zdz; \quad \int_{(1,2,3)}^{(3,2,1)} yzdx + zxdy + xydz$$

5. *In jedem Punkt der Ellipse $x = a\cos t, y = b\sin t$ wirke eine Kraft $\vec{F}$,deren Betrag gleich dem Abstand des Punktes vom Mittelpunkt der Ellipse ist und die zu diesem Mittelpunkt zeigt. (**+3 Punkte**)
   (a) Welche Arbeit leistet die Kraft bei der Verschiebung eines Körpers (eines Massenpunktes) entlang des im ersten Quadranten liegenden Ellipsenabschnittes?
   (b) Welche Arbeit wird bei einem Umlauf verrichtet?

6. Berechnen Sie das Kurvenintegral für $\vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ -z \\ y \end{pmatrix}$ längs der Kurve $\begin{pmatrix} \sqrt{2}\cos t \\ \cos 2t \\ \frac{2t}{\pi} \end{pmatrix}$ mit $t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. (**3 Punkte**)