Fachbereich Physikalische Technik
Prof. Dr. Klaus Morawetz

Zusatzaufgaben (Tutorien) mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik II - 3

Differentialrechnung in R^n (13+8 Punkte)

1. Man gebe die Gleichung der Tangentialebene an die Fläche $f(x,y) = x^2y$ im Punkt $(1,1,1)$ an und bestimme die Richtungsableitung von $g(x,y,z) = xyz$ in Richtung eines Normalenvektors dieser Fläche im Punkt $(1,2,1)$. In welcher Richtung wird die Richtungsableitung von g an diesem Punkt maximal und wie groß ist sie dort? (**4 Punkte**)

2. Man nähere die Funktion $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$ in der Umgebung des Punktes $(1,\sqrt{3})$ durch eine Fläche 2. Ordnung an. (**3 Punkte**)

3. *Man bestimme die relativen Extremwerte von $f(x,y) = x\mathrm{e}^{-(x^2+y^2)}$. (**2 Punkte**)

4. Man bestimme die Koeffizienten a, b der Regressionsgeraden $y = ax+b$ durch eine Menge vom Meßpunkten (x_i, y_i) indem man den quadratischen Abstand der Gerade zu den Punkten minimiert. (**3 Punkte**)

5. Man bestimme die Verteilung w_n, die die Entropie $S = -k\sum_n w_n \ln w_n$ maximiert unter der Randbedingung, daß

   (a) die Energie im Mittel erhalten bleibt, $\sum_n w_n E_n = const$, (kanonische Verteilung), (**3 Punkte**)

   (b) * die Energie und die Dichte im Mittel erhalten bleibt, $\sum_n w_n E_n = const$ und $\sum_n w_n N_n = const$,(großkanonische Verteilung), (**3 Punkte**)

6. *Welcher Punkt auf der Fläche $4x^2 + y^4 + 16z = 0$ hat den kleinsten Abstand zur Ebene $2x + y + 4z = 12$? (**3 Punkte**).