Fachbereich Physikalische Technik
Prof. Dr. Klaus Morawetz

Zusatzaufgaben (Tutorien) mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik II -2

Differentialrechnung in R^n (16+6 Punkte)

1. Gegeben sind

$$\psi(x,y) = \sqrt{4+x^2+y^2}; \quad u(x,y,z) = 4x^2y - 3xy^4 + 5z^2x$$

   (a) Bestimmen Sie $\vec{\nabla}\psi(x,y)$ im Punkt $(2,1)$ und $\vec{\nabla}u(x,y,z)$ im Punkt $(1,1,1)$.(**1 Punkt**)

   (b) Stellen Sie in den angegebenen Punkten die Gleichungen für

      i. die Tangente an die Kurve $\psi = const$,(**1 Punkt**)

      ii. *die Tangentialebene an die Fläche $u = const$(**1 Punkt**)
      auf.

   (c) *Wie lautet die Gleichung für die Tangentialebene an die Fläche $\sqrt{z} = \psi(x,y)$ im Fall $x = 2, y = 1$?(**2 Punkte**)

2. Berechnen Sie die Richtungsableitung der Funktion (**2+1 Punkte**)

$z = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 + 1$	im Punkt $(3,1)$ in Richtung des Punktes $(6,5)$
$u = x^2y^2z^2$	im Punkt $(1,-1,3)$ in Richtung des Punktes $(0,1,1)$
$*z = \ln(x+y)$	im Punkt $(1,2)$ der Parabel $y^2 = 4x$ in Richtung der Parabel

3. Führen Sie die folgenden Differenziationen mit Hilfe von "Ketten-" bzw. "Produkt"-regeln durch: (**4+2 Punkte**)

$*\frac{du}{dt}$ für $u(x,y) = e^{x-2y}$ mit $x = \sin t; y = t^3$

$\vec{\nabla}u$ für $u(x,y) = f(x,y)\cdot g(x,y)$ mit $f(x,y) = y^2 + 3x, g(x,y) = x^2 + 3y$

$\frac{d}{dt}(\vec{x} \times \vec{y})$ mit $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t \\ -2 \\ +2t \end{pmatrix}, \vec{y}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ e^t \\ -1 \end{pmatrix}$

4. Man berechne die zweidimensionale Geschwindigkeit und Beschleunigung in Polarkoordinaten $x(t) = r(t)\cos\phi(t)$, $y(t) = r(t)\sin\phi(t)$ sowie die kinetische Energie (**3 Punkte**).

5. Man finde alle Maxima und Minima, sowie Sattelpunkte der Funktion $f(x,y) = \sin x \sin y$ im Bereich $x \in [0, 2\pi]$ und $y \in [0, 2\pi]$ (**5 Punkte**).