Fachbereich Physikalische Technik
Prof. Dr. Klaus Morawetz

Zusatzaufgaben (in Vorlesung behandelt) mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik II-12

Partielle Differentialgleichungen (17+25 Punkte)

1. *Man bestimme die stationäre Temperaturverteilung im Raum zwischen 2 Zylindern mit den Radien $a < b$ und der gemeinsamen z-Achse unter der Bedingung, daß auf der Oberfläche der Zylinder feste Temperaturen, T_1 und T_2 vorliegen. (Das gleiche Problem wäre die Bestimmung der Kapazität eines Zylinderkondensators, wenn auf beiden Oberflächen die Ladungen Q_1 und Q_2 vorliegen.) (**4 Punkte**)

2. *Eine eingespannte Seite der Länge l wird bei $0 < x_0 < l$ ausgelenkt um die Länge y_0. Berechnen Sie die Schwingung an jedem Punkt der Seite, indem Sie die Wellengleichung (Herleitung siehe Vorlesung) lösen: $\ddot{u}(x,t) = a^2 u''(x,t)$ mit $a = \frac{F/A}{\rho}$ und diskutieren Sie die auftretenden Amplituden bzw. welche Obertöne NICHT vorhanden sind. (**6 Punkte**)

3. Man bestimme die stationäre Temperaturverteilung einer dünnen homogenen kreisförmigen Platte mit dem Radius R, deren oberer Rand bei einer Temperatur T_1 und deren unterer Rand auf eine Temperatur $T_2 = 0$ gehalten wird mit Hilfe des Poissonintegrals. (**5 Punkte**)

4. *Ermitteln Sie die Lösung $u(x,y)$ der linearen partiellen Differentialgleichung $u_x + u_y = u + 1 - x$ für die Anfangswerte $u(0,y) = e^y$. (**3 Punkte**)

5. *Bestimmen Sie alle Lösungen der partiellen Differentialgleichung $v_x + (y+2z)v_y + (3y+2z)v_z = 0$. (**6 Punkte**)

6. *Ermitteln Sie die Lösung $u(x,y,z)$ der linearen partiellen Differentialgleichung $u_x + 2u_y = -u + (1+3x)\mathrm{e}^y + \mathrm{e}^z$ für die Anfangswerte $u(0,y,z) = \mathrm{e}^z$ (**6 Punkte**)

7. *Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von $u_t + 2u_x = 3$ sowie die Lösung zu der Anfangsbedingung $u(x,0) = \sin(x)$. (**3 Punkte**)

8. Lösen Sie das Anfangswertproblem $u_t + x^2 u_x = u, \quad u(x,0) = \max(0, x-1)$. (**4 Punkte**)

9. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $u(x,y,t)$ von $u_t + t(u_x + u_y) = x + y$ (**5 Punkte**)

[Quelle (2019) 4.-9.: https://mo.mathematik.uni-stuttgart.de/inhalt/aufgabe/aufgabe1248/]