Fachbereich Physikalische Technik
Prof. Dr. Klaus Morawetz

Zusatzaufgaben (Tutorien) mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik II - 1

Differentialrechnung in R^n (17+6 Punkte)

1. Untersuchen Sie die Bildfläche der Funktion (**6 Punkte**)

$$z = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

indem Sie

(a) den Definitions- und Wertebereich angeben,

(b) die Kennlinien, welche beim Schnitt der Flächen mit den Ebenen

$$z = 1, 2; \quad x = 0, 1, 2 \text{ für } |y| \leq 3; \quad y = 0, 1, 2 \text{ für } |x| \leq 3$$

entstehen, zeichnen,

(c) die Gestalt der Bildfläche perspektivisch skizzieren.

2. Skizzieren Sie die folgenden Vektorfelder (**6 Punkte**):

$$\vec{y} = \vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ 0 \end{pmatrix}; \quad *\vec{y} = \vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{y} = \vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} y \\ -x \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit $\vec{x} = (x, y, z)$.

3. Stellen Sie die Gleichungen für die Tangentialebenen an die Flächen (**2+2 Punkte**)

$$\begin{array}{ll} z = 2x^2 - 4y^2 & \text{im Punkt } (2, 1, 4) \\ *x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0 & \text{im Punkt } (1, 2, -1) \end{array}$$

auf.

4. Bestimmen Sie den größten Anstieg der Flächen (**2+2 Punkte**)

$$\begin{array}{ll} z = \ln(x^2 + 4y^2) & \text{im Punkt } (6, 4, \ln 100) \\ *z = x^y & \text{im Punkt } (2, 2, 4) \end{array}$$

5. In welcher Richtung ändert sich das elektrische Potential (**3 Punkte**)

$$\psi(x, y, z) = x \sin z - y \cos z$$

im Koordinatenursprung am stärksten? Wie groß ist die Änderung dort? Wie ist die Änderung in Richtung $\{\sqrt{2}, 1, 1\}$?