**Fachbereich Physikalische Technik**
**Prof. Dr. Klaus Morawetz**

Zusatzaufgaben mit * gekennzeichnet

## Übungen Mathematik III-7

## Fourier- und LaPlace - Transformation III (15+9 Punkte)

1. Lösen Sie die partielle Differentialgleichung für $y(x,t)$

$$\frac{\partial y}{\partial t} - a\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{1+x^2}$$

mit der gegebenen Anfangsfunktion $y(x,0) = f(x)$ indem Sie

a) eine geeignete Transformation finden, durch die eine Ableitung verschwindet (Rumpfdifferentialgleichung, Charakteristiken,...) (**3 Punkte**).

b) den Ort Fourier-transformieren und die so gelöste Differentialgleichung zurück transformieren. (**4 Punkte**)

2. Ermitteln Sie mit Hilfe des Differenziationssatzes der Bildfunktion und anschließender Partialbruchzerlegung die Originalfunktion zur Bildfunktion (**3 Punkte**)

$$F(s) = \ln\left(\sqrt{\frac{s^2+a^2}{s^2+b^2}}\right)$$

3. *Lösen Sie die DGL

$$y''(t) + 2y'(t) + 5y(t) = e^{-t}\sin t$$

mit den Anfangsbedingungen $y(0) = 0; y'(0) = 1$ mit Hilfe der LaPlace transformation (**4 Punkte**).

4. Entwickeln Sie folgende Funktionen in eine Laurentreihe in den Kreisringen und bestimmen Sie das Residuum (**3+3 Punkte**)

$$\begin{aligned} *f(z) &= \frac{1}{(z-a)(z-b)}; \qquad |z-a| < |b-a|, \text{ um } z_0 = a \\ f(z) &= \sin\left(\frac{z-1}{z}\right); \qquad |z| > 0, \text{ um } z_0 = 0 \end{aligned}$$

5. Berechnen Sie die folgenden komplexen Kurvenintegrale (**2+2 Punkte**)

$$* \quad \int\limits_{|z|=1} dz z^2 \mathrm{e}^{\frac{1}{z}}$$

$$\int\limits_C dz \frac{z}{z^4+1}, \text{ mit } C: \text{ Ellipse } (x-1)^2 + \frac{y^2}{9} = 1$$