Fachbereich Physikalische Technik
Prof. Dr. Klaus Morawetz

Zusatzaufgaben (Tutorien) mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik III-11

Anwendungen, Integralgleichungen, Hilbertraum (18+13 Punkte)

1. *Wie muß ein horizontal gespanntes Seil belastet werden, damit es eine vorgegebene Form annimmt? Zeigen Sie, daß das auf eine Integralgleichung der Aufgabe 2 aus der 10. Serie führt. (**0+6 Punkte**)

2. Lösen Sie formal mit Hilfe des Faltungssatzes der LaPlace-Transformation die Abelsche Integralgleichung

$$\int_0^t y(x)(t-x)^{-a}dx = f(t), \quad \text{für}\, 0 < a < 1$$

   und einer beliebigen Funktion $f(t)$. *Berechnen Sie $y(t)$ explizit für $f(t) = 1$ (**4+3 Punkte**).

3. Problem von Abel (1823): Ein Massenpunkt soll aus der Höhe h mit der Zeit als Funktion von der Höhe $t = t(h)$ nur unter dem Einfluß der Schwerkraft herabsinken. Entlang welcher Kurve muß er sich bewegen, wenn das Zeitgesetz $t(h)$ realisiert werden soll? (a) *Betrachten Sie dazu den Anstieg der Funktion und leiten Sie für ihn eine Integralgleichung aus der vertikalen Geschwindigkeit her. (b) Lösen Sie diese für eine geforderte konstante Geschwindigkeit $ct = h$ unter Zuhilfenahme der letzten Aufgabe. Berechnen Sie aus den so gewonnenen Anstiegen explizit die Kurve. (**4+4 Punkte**)

4. Eine sich mit der Geschwindigkeit v bewegende Ladung kreiert ein elektromagnetisches Potential, das der inhomogenen Wellengleichung

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) V(x,t) = \delta(x - vt)$$

   genügt. Lösen Sie mit Hilfe der LaPlace-Transformation diese Gleichung unter den Rand- und Anfangsbedingungen

$$V(0,t) = 0, \qquad V(x,0) = \frac{\partial V(x,0)}{\partial t} = 0$$

   und diskutieren Sie die Fälle $v < c, v = c$ und $v > c$ mit Skizzen (**10+0 Punkte**).